

文章编号: 1000-7598-(2003) 04-0657-04

边坡稳定模糊随机可靠度分析

贾厚华, 贺怀建

(中国科学院武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071)

摘 要: 考虑边坡稳定评价中存在的两种不确定性——模糊性和随机性, 以模糊随机变量为基本变量, 建立模糊随机功能函数和模糊随机极限方程, 得到模糊可靠指标和模糊可靠度。本文给出模糊随机可靠度的计算方法, 给出实例并与经典随机可靠度比较, 得到更合理的结果。

关 键 词: 边坡稳定性; 模糊随机变量; 模糊可靠度

中图分类号: TB 115 **文献标识码:** A

Analysis of fuzzy-random reliability of slope stability

JIA Hou-hua, HE Huai-jian

(Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract: Considering two uncertainties, randomness and fuzziness, in slope stability assessment, and taking fuzzy random variables as basic variables, a slope fuzzy random failure function taking and a slope fuzzy random limit state equation is established. A methodology is presented so as to obtain the slope fuzzy reliability and reliability index. An example is given, and the results are compared with the current reliability assessment.

Key words: slope stability; fuzzy random variable; fuzzy reliability probability

1 引 言

由于岩土体赋存于一定的地质环境之中, 在其形成、变形及破坏的过程中, 经历了一定的历史作用, 从而形成了自身的几何及物理力学特征, 具有一定的物质组成、一定的结构和构造, 并继续在特定的地质环境中遭受新的变形、破坏^[1]。地质条件的复杂性与岩土材料的非均质性使得人们对岩土的研究带有较强的不确定性, 这种不确定性是岩土体力学行为的研究与其他均质材料的一个很大的不同点。不确定性主要有两种: 随机性和模糊性。随机性是由于条件不充分, 因果关系不明确而形成试验结果的不确定性, 但事件所表达的概念却是精确地, 比如试验中的测量误差, 未来的降雨量等; 模糊性是由于排中律的缺失, 概念本身没有明确的界限, 如大小、强弱等定性描述, 又如边坡稳定性判别, 安全系数在 0.99 与 1.01 之间无本质的区别, 判断 $K=0.99$ 时不稳定, 而 $K=1.01$ 时稳定, 这显然是不合适的。边坡随机可靠度理论认为, 这种不确定性

为随机性, 边坡状态的各种变量为随机变量, 抗力和荷载均为随机变量, 因而, 边坡可靠度是一种随机概率, 其大小为抗力和荷载概率分布的干涉区面积。然而, 对于边坡工程来说, 模糊性更具有深刻和普遍意义的不确定性^[4]。就稳定性分析的角度而言, 其模糊性主要表现在以下几个方面:

(1) 岩土体变形和破坏特征的模糊性: 从力学试验上可以看出, 岩土材料弹性变形和塑性变形是耦合的, 相应边坡变形破坏是一个由局部到整体的累进过程, 破坏前后之间并没有非常明确的界线;

(2) 力学参数的模糊: 岩土的非均质性决定其力学参数并不存在确定值, 按照工程地质分类的岩土组其力学性能和力学参数是在一定范围内变化的, 这种变化不仅与测试误差等随机因素有关, 更与岩土组划分的模糊性有关;

(3) 外部作用的模糊性: 边坡所受的外部作用有地下水静动力学作用、地震和爆破的动力学作用、地应力以及其它人类活动的影响。这些作用非常复杂, 通常只能根据经验确定, 具有很强的模糊性。

因此,在考虑边坡不确定性问题时,不仅要考虑随机不确定性,更应该考虑模糊不确定性。作为一个自然体,边坡本身并不具有模糊性,模糊性来源于问题的复杂性及人类认识能力和分析方法的局限性。随机可靠度理论由于没有考虑到模糊性,特别是在小样本情况下概率分布确定等方面而遇到很多困难。模糊数学在表达人类的经验、定性描述等模糊的概念方面比经典数学有较强的优势,将模糊性和随机性相互融合,把概率理论和模糊数学理论结合起来,采用模糊随机可靠度的分析方法,易于将人们的经验认识加于到分析的过程中,更能与工程的实际情况相符。

2 模糊随机变量

模糊性与随机性相结合可以分为三种情况:模糊事件的概率、事件的模糊概率及模糊事件的模糊概率。文[8]讨论边坡模糊破坏的随机可靠度模型属于第一种情况,对于边坡来说,不仅破坏(边坡失稳事件)是模糊的,而且,主要变量和参数也具有模糊性,也就是说参数是模糊随机变量,属于第三种情况,王光远^[2]在结构模糊随机可靠度的研究很深,其方法在边坡稳定性分析中同样适用。模糊随机变量是描述模糊性与随机性融和在一起的非确定变量,其具体定义可参考文献^[2]。边坡的力学参数既具有随机性又具有模糊性,用模糊随机变量比随机变量更合理。文献^[4]给出岩土力学参数随机——模糊处理方法,从而,计算出模糊参数的概率分布。为了计算的方便和简化,只考虑模糊随机变量均值的模糊性,认为方差是一个确定数。

3 模糊随机极限状态方程

经典可靠度理论把基本状态变量看作为随机变量,建立边坡的功能函数:

$$Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

其中 X 称为基本状态变量,并且认为:

$Z = g(X) > 0$ 为安全状态, $Z = g(X) = 0$ 为极限状态, $Z = g(X) < 0$ 为破坏状态。若把基本状态变量 X_i 看作模糊随机变量 $\tilde{X}_i$, 建立边坡的状态函数

$$\tilde{Z} = g(\tilde{X}) = g(\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \dots, \tilde{X}_n)$$

称其为模糊随机功能函数。

在经典可靠度理论中,当 $Z=0$ 时,处于极限状态, $Z>0$ 时,处于稳定状态, $Z<0$ 时,处于失稳状态。这样,零点左右两侧极限小距离的两个点

分别代表两种截然不同的两种状态,显然,这种“一刀切”的划分不合理。从稳定到不稳定是渐进变化的边界是模糊的,即从稳定至不稳定状态之间存在一个中间过渡的模糊区间,为此,引进边坡的模糊随机极限状态方程

$$\tilde{Z} = g(\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \dots, \tilde{X}_n) \cong \tilde{b} \quad (1)$$

式中 $\tilde{b}$ 为模糊随机极限状态值。

$\tilde{b}$ 可以取为零点附近的一个有界闭模糊数来刻画模糊随机极限状态,其隶属函数的形式可根据经验确定,它与人们对边坡破坏特征地认识有关。为计算的方便可以采用常见的对称型的模糊数,如三角模糊数(如图1),其隶属函数为

$$\mu_{\tilde{b}}(Z) = \begin{cases} \frac{1}{d}(z+d) & Z \in [-d, 0] \\ -\frac{1}{d}(z-d) & Z \in [0, d] \\ 0 & Z \in R - [-d, d] \end{cases} \quad (2)$$

则

$$\tilde{b} = \cup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [(\alpha-1)d, (1-\alpha)d] \quad (3)$$

式中 Z 为 $\tilde{Z}$ 的物理变量, d 为 Z 的最大容许值, $\alpha \in [0,1]$ 为极限状态值 $\tilde{b}$ 的约束水平。显然当 $\alpha=1$, $\tilde{b}_{\alpha}=0$ 时,即经典理论的极限状态。

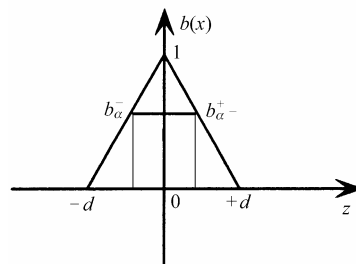


图1 $\tilde{b}$ 的隶属函数

Fig.1 Membership function of $\tilde{b}$

这样,边坡呈三种稳定状态划分为:

$\tilde{Z} > \tilde{b}$ 时,稳定状态; $\tilde{Z} < \tilde{b}$ 时,边坡处于失稳状态; $\tilde{Z} = \tilde{b}$ 时,呈模糊随机极限状态。

图2反映经典理论极限状态和模糊随机极限状态对边坡稳态的不同划分,模糊随机极限状态在稳定和失稳区域之间存在过渡的区域,在极限状态附近的区域既有稳定的可能性,又有失稳的可能性,极限状态右侧稳定性不断加强,左侧失稳性不断增加。

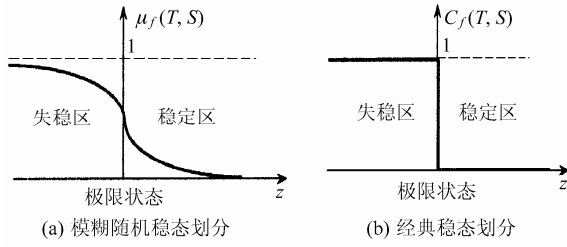


图2 两种稳态划分

Fig.2 Two statements of stability

4 模糊随机可靠度及计算方法

考虑比较简单的所谓极限状态的 R - S 模型, 有:

$$\tilde{Z} = g(\tilde{R}, \tilde{S}) = \tilde{R} - \tilde{S} \quad (4)$$

式中 $\tilde{R}$ 是随机模糊抗滑力; $\tilde{S}$ 是随机模糊滑动力。

模糊随机极限状态方程为

$$\tilde{Z} = \tilde{R} - \tilde{S} = \tilde{b} \quad (5)$$

稳定和失稳条件约束分别为

$$\tilde{Z} = \tilde{R} - \tilde{S} > \tilde{b} \quad (6)$$

$$\tilde{Z} = \tilde{R} - \tilde{S} < \tilde{b} \quad (7)$$

如果以模糊约束条件的 α 截集 Ω_α 代替 $\tilde{\Omega}$, 则式中的模糊约束条件就转化为具有 α -约束水平的非模糊约束条件, 这样, 对于任意的约束水平 $\alpha \in [0, 1]$, 就可以用经典的可靠度理论方法进行分析。

$\forall \alpha \in [0, 1]$, 作 α -水平截集, 式 (5) 等价于

$$\tilde{Z}_\alpha = (\tilde{R} - \tilde{S})_\alpha = \tilde{b}_\alpha \quad (8)$$

式中

$$\tilde{Z}_\alpha = (\tilde{R} - \tilde{S})_\alpha = \tilde{R}_\alpha - \tilde{S}_\alpha \quad (9)$$

$$\tilde{R}_\alpha = [R_\alpha^-, R_\alpha^+] \quad (10)$$

$$\tilde{S}_\alpha = [S_\alpha^-, S_\alpha^+] \quad (11)$$

$$\tilde{b} = [b_\alpha^-, b_\alpha^+] \quad (12)$$

即

$$Z_\alpha^- = R_\alpha^- - S_\alpha^+ = b_\alpha^- \quad (13)$$

$$Z_\alpha^+ = R_\alpha^+ - S_\alpha^- = b_\alpha^+ \quad (14)$$

设抗滑力 R_α^- 和滑动力 S_α^+ 的概率密度函数分别为 $f_{R_\alpha^-}(r)$ 和 $f_{S_\alpha^+}(s)$, 根据干涉理论, 抗滑力 $R_\alpha^- > S_\alpha^+ + b_\alpha^-$ 发生的概率为

$$P_{r\alpha}^- = P(R_\alpha^- > S_\alpha^+ + b_\alpha^-) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{S_\alpha^+}(s) ds \int_{s+b_\alpha^-}^{\infty} f_{R_\alpha^-}(r) dr \quad (15)$$

显然, α -约束水平的失稳概率为

$$P_{f\alpha}^- = 1 - P_{r\alpha}^-$$

α -约束水平可靠指标

$$\beta_\alpha^- = \frac{m_{z_\alpha^-} - b_\alpha^-}{\sigma_{z_\alpha^-}} = \frac{m_{R_\alpha^-} - m_{S_\alpha^+} - b_\alpha^-}{\sqrt{\sigma_{R_\alpha^-}^2 + \sigma_{S_\alpha^+}^2}} \quad (16)$$

若 R_α^- 和 S_α^+ 近似地看作正态变量, $N(m_{R_\alpha^-}, \sigma_{R_\alpha^-}^2)$ 和 $N(m_{S_\alpha^+}, \sigma_{S_\alpha^+}^2)$, 则有

$$P_{r\alpha}^- = 1 - P_{f\alpha}^- = 1 - \Phi(-\beta_\alpha^-) = \Phi(\beta_\alpha^-) \quad (17)$$

同理

$$\beta_\alpha^+ = \frac{m_{z_\alpha^+} - b_\alpha^+}{\sigma_{z_\alpha^+}} = \frac{m_{R_\alpha^+} - m_{S_\alpha^-} - b_\alpha^+}{\sqrt{\sigma_{R_\alpha^+}^2 + \sigma_{S_\alpha^-}^2}} \quad (18)$$

$$P_{r\alpha}^+ = 1 - P_{f\alpha}^+ = 1 - \Phi(-\beta_\alpha^+) = \Phi(\beta_\alpha^+) \quad (19)$$

一般认为, 模糊随机变量的 α 截集为随机区间, 且其分布类型不变, 为计算方便, 且认为标准差不变, 即:

$$\sigma_{R_\alpha^+} = \sigma_{R_\alpha^-} \quad \sigma_{S_\alpha^-} = \sigma_{S_\alpha^+}$$

$\forall \alpha \in [0, 1]$, 若宽度 $W(Z_\alpha) \geq W(b_\alpha)$, 由模糊集合表现定理

$$\tilde{\beta} = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} [\beta_\alpha^-, \beta_\alpha^+] \quad (20)$$

若宽度 $W(Z_\alpha) < W(b_\alpha)$, 则

$$\tilde{\beta} = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} [\beta_\alpha^+, \beta_\alpha^-] \quad (21)$$

式中 $\tilde{\beta}$ 称为模糊可靠指标。

同样模糊失效概率为

$$\tilde{P}_f = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \alpha [P_{f\alpha}^+, P_{f\alpha}^-] \quad (22)$$

模糊可靠度为

$$\tilde{P}_r = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \alpha [P_{r\alpha}^+, P_{r\alpha}^-] \quad (23)$$

显然有

$$\tilde{P}_r = 1 - \tilde{P}_f \quad (24)$$

在实践中, 在 $(0, 1)$ 区间离算的取有限个 α 逼近计算真实的模糊失效概率和模糊可靠度指标。在模糊失效概率的计算中模糊性体现在两个方面: 即平衡极限状态的模糊化和力学指标参数的随机模糊的分析, 在这两者的模糊化过程中, 虽然具有一定的人为主观性, 但是, 这种主观性正是人们经验判断的一种体现, 它相对与不考虑模糊性来说更为合理, 而且, 计算的结果为模糊数, 与人们的经验理解较为符合, 也更易判别边坡的稳定性。一般来说, α 过小时的结果比较扩散, 可不作分析。工程上往往需要一个单一的可靠度, 可以取 $0.75 \leq \alpha \leq 1.0$, 再

作加权平均的结果应用到工程中^[5]。

5 算例

如图所示某矿山边坡, 边坡高 50 m, 后缘拉裂缝深 1.5 m, 上部为浅粒岩, 下部为花岗片麻岩, 两岩层间夹杂一层软弱层, 不考虑容重模糊性, $\gamma = 26.4 \text{ kN/m}^3$, 坡角 $\alpha = 45^\circ$, 软弱面倾角 $\varphi = 30^\circ$, 按照文献^[4]计算软弱层粘聚力均值 $\tilde{c}$ 为正态分布的

模糊数 $N(10, 1.6)$, 即 $\mu_{\tilde{c}} = \exp(-\frac{(c-32)^2}{1.3^2})$, 方差

$\sigma_c = 3.3 \text{ kPa}$, 内摩擦系数 $\mu_{\tilde{f}}(f) = \exp(-\frac{(f-0.46)^2}{0.03^2})$,

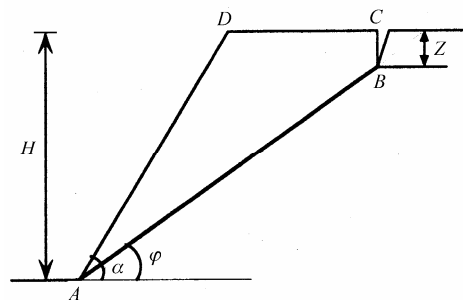


图 3 矿山边坡示意图

Fig. 3 The slope of ore-hill

$\sigma_f = 0.04$ 。取 $d = 200 \text{ kN}$, $\alpha = 0.75, 0.8, 0.85, 0.9, 0.95, 1.0$, 计算结果见下图表:

表 1 模糊可靠度

Table 1 Fuzzy reliability probability

α	c^-	c^+	f^-	f^+	b^-	b^+	β^-	β^+	P_r^-	P_r^+
0.75	32.697	31.303	0.476	0.444	50.000	-50.000	1.127	0.336	0.870	0.632
0.80	32.614	31.386	0.474	0.446	40.000	-40.000	1.084	0.379	0.861	0.648
0.85	32.524	31.476	0.472	0.448	30.000	-30.000	1.037	0.426	0.850	0.665
0.90	32.422	31.578	0.470	0.450	20.000	-20.000	0.982	0.481	0.837	0.685
0.95	32.294	31.706	0.467	0.453	10.000	-10.000	0.911	0.552	0.819	0.710
1.00	32.000	32.000	0.460	0.460	0.000	0.000	0.731	0.731	0.768	0.768

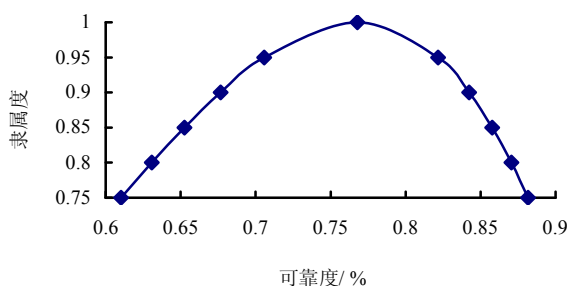


图 4 模糊可靠度

Fig. 4 Fuzzy reliability probability

加权求和得到 $P_r = 75.89\%$ 。当不考虑模糊性时的可靠度为 76.77%, 实际边坡很不稳定性。上图清楚地表达边坡可靠度的隶属函数分布状况, 在 66%~87%之间, 大约在 75%左右, 易于与人的概念相吻合。

6 结语

边坡工程中由于自身的复杂性, 存在很多不确定性——模糊性和随机性。本文在随机可靠度理论的基础上, 将模糊数学的原理引与到随机分析中, 从模糊随机变量的角度, 把随机性和模糊性融合在一起, 提出边坡模糊可靠度和模糊可靠性指标的概

念及计算方法, 为边坡的稳定性评价提供了一条新的途径。研究只是初步的, 还需要在复杂模型和实际工程相结合方面继续研究。

参考文献

- [1] 孙广忠. 地质工程理论与实践[M]. 北京:地震出版社. 1988.
- [2] 王光远, 刘玉彬. 结构模糊随机可靠度的实用计算方法[J]. 地震工程和工程振动. 1995, 9, 38—46.
- [3] 汪培庄, 韩立岩. 应用模糊数学[M]. 北京: 经济学院出版社. 1988.
- [4] 熊文林, 李胡生. 岩石样本力学参数值的随机—模糊处理方法[J]. 岩土工程学报. 1992, 11: 101—108.
- [5] G.R.Dodagoudar G.Venkatachalam Reliability analysis of slopes using fuzzy sets theory [J]. **Engineering Geology**. 1998,49(2): 111—122.
- [6] 祝玉学. 边坡可靠性分析[M]. 北京: 冶金工业出版社. 1993.
- [7] 杨建贵, 蔡新, 张永乐. 边坡稳定的模糊随机可靠性分析[J]. 河海大学学报. 2002, 1: 58—62.
- [8] 柴贺军, 黄润秋. 粘性土边坡破坏的随机可靠度分析模型[J]. 水文地质工程地质, 1998, (3): 5—37.